

ЛЕКЦИЯ

Случайная величина, ее функция распределения.

Одним из важнейших основных понятий теории вероятностей является понятие случайной величины.

Почти в каждой из задач, с которыми встречались в этой главе, дело обстояло таким образом, что в результате эксперимента возникало некоторое число. Например:

- 1) бросается игральная кость; x - выпавшее число очков;
- 2) обследуется партия готовых изделий; обнаруживается то или иное число бракованных изделий;
- 3) электрическая лампочка испытывается на длительность горения, x – полное время горения лампочки;
- 4) некто приходит на пригородную платформу, чтобы сесть в поезд; x - время ожидания ближайшего электропоезда.

Чтобы примеры подобного рода уложить в единую схему, вводится понятие случайной величины.

Случайной величиной называется переменная величина, которая в зависимости от исходов испытания принимает то или иное значение (зависящее от случая).

Случайная величина, принимающая различные значения, которые можно записать в виде конечной или бесконечной последовательности, называется дискретной случайной величиной.

Случайная величина, которая может принимать все значения из некоторого промежутка, называется непрерывной случайной величиной.

Так, первый и второй из рассмотренных выше примеров относятся к дискретной случайной величине (в первом примере x - может принимать значения 1,2,3,4,5,6, а во втором – конечное множество из натурального ряда чисел). Третий и четвертые примеры относятся к непрерывным случайным величинам (в том и другом случае время горения лампочки и время ожидания электрички есть некоторый временной интервал).

В дальнейшем мы будем весьма упрощенно рассматривать некоторые понятия, связанные с дискретными случайными величинами. Случайные величины будем обозначать прописными буквами латинского алфавита

X, Y, Z, \dots , а их возможные значения – строчными буквами с индексами, например, x_1, x_2, x_3, \dots . Дадим следующие определения.

Законом распределения дискретной случайной величины называется соответствие между значениями x_1, x_2, x_3, \dots этой величины и их вероятностями p_1, p_2, p_3, \dots

Закон распределения дискретной случайной величины может быть задан таблично или аналитически (т.е. с помощью формул).

Например, если дискретная случайная величина X принимает конечное множество значений x_1, x_2, \dots, x_n с вероятностями p_1, p_2, \dots, p_n соответственно, то ее закон распределения определяется числами

$$p_i = P(X = x_i) (i = 1, 2, \dots, n), \quad p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$$

Этот закон можно задать и таблицей:

X	x_1	x_2	x_3	\dots	x_n
P	p_1	p_2	p_3	\dots	p_n

Для наглядности закон распределения дискретной случайной величины изображают и графически: в прямоугольной системе координат на плоскости строят точки и соединяют их последовательно отрезками прямых. Получающаяся при этом ломаная линия называется многоугольником распределения случайной величины.

Пример 1. Дискретная случайная величина X задается законом

X	0,2	0,4	0,6	0,8
P	0,1	0,2	0,4	p_4 0,1

Чему равна вероятность $p_4 = P(X = 0,8)$?

Построить многоугольник распределения.

Так как $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1$,
 то $p_4 = 1 - (p_1 + p_2 + p_3 + p_5) = 1 - (0,1 + 0,2 + 0,4 + 0,1) = 0,2$.
 Следовательно, $p_4 = 0,2$.

Для построения многоугольника распределения выберем прямоугольную систему координат, в этой системе построим

точки $M_1(0,2; 0,1), M_2(0,4; 0,2), M_3(0,6; 0,4), M_4(0,8; 0,2), M_5(1; 0,2)$ и соединим их последовательно отрезками прямых.

Вопросы для контроля по данной теме:

1. Какая величина называется дискретной случайной величиной?
2. Какая величина называется непрерывной случайной величиной?
3. Что называется законом распределения дискретной случайной величины?

Задания для самостоятельного решения по данной теме:

1. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения

X

P p_1 0,15 p_3 0,25 0,35

Найти вероятности $p_1 = P(x = 3)$ и $p_3 = P(X = 5)$, если известно, что p_3 в 4 раза больше p_1 .

2. Подбрасываются две симметричные монеты, подсчитывается число гербов на обеих верхних сторонах монет. Рассматривается дискретная случайная величина X – число выпадения гербов на обеих монетах. Записать закон распределения случайной величины X .

3. Подбрасываются два игральных кубика, подсчитывается число очков, выпавших на обеих гранях. Найти закон распределения дискретной случайной величины X – суммы выпавших очков на двух игральном костях.