

Нормальные алгоритмы Маркова

Вопросы для рассмотрения:

1. Алгоритмическая система
2. Распознаватели.
3. Нормальные алгоритмы.
4. Тезис Маркова

Контрольные вопросы:

1. Что такое алгоритмическая система?
2. Что такое граф-схема алгоритма?
3. Как работает распознаватель?
4. В каком случае алгоритм применим к слову?
5. Какая подстановка считается обычной, а какая заключительной?
6. В чем состоит тезис Маркова?

Алгоритмическая система — это всякий общий способ задания алгоритма.

Алгоритмическая система, созданная А. А. Марковым, основана на соответствии между словами в абстрактном алфавите. Она включает в себя объекты двойкой природы: **элементарные операторы** и **элементарные распознаватели**.

Алгоритм задают в виде **граф-схемы** (ГСА) — ориентированного графа, вершинами которого являются элементарные операторы и распознаватели. Кроме того, имеются входная и выходная вершины. На вход ГСА подается некоторое входное слово p .

Кроме того, задана система k подстановок, реализующих отображение:

$$p_i \rightarrow q_i, i = 1, \dots, k.$$

Распознаватель проверяет условие — имеет ли место вхождение p_i во входное слово p . Если ДА, то элементарный оператор заменяет первое слева вхождение слова p_i на слово q_i . Если НЕТ, то управление передается на вход следующего распознавателя.

После первого применения подстановки $p_i \rightarrow q_i, i = 1, \dots, k$ входное слово p преобразуется в слово $p^{(1)}$, после второго применения — в слово $p^{(2)}$ и так далее, пока после последнего применения подстановки не преобразуется в выходное слово $p^{(n)} = q$.

Алгоритм применим к слову p , если оно преобразуется в слово q через конечное число шагов.

Например, если $p = bcbaab$, а подстановки заданы как

$$ba \rightarrow ab,$$

$$bc \rightarrow ba,$$

$$bb \rightarrow ac,$$

то работа алгоритма будет иметь следующий вид.

$$p = bcbaab \rightarrow bcabab \rightarrow bcaabb \rightarrow baaabb \rightarrow baaaaac = q.$$

Этот алгоритм может быть задан и в виде блок–схемы алгоритма, используемой при программировании на алгоритмических языках (рисунок 1).

Нормальными алгоритмами называются алгоритмы, ГСА которых удовлетворяют следующим условиям:

1. Номера вершин–распознавателей упорядочиваются от 1 до n .
2. Дуги, исходящие из операторных вершин, подсоединяются либо к первой вершине–распознавателю, либо к выходной вершине. В первом случае подстановка называется обычной, во втором — заключительной.
3. Входная вершина связана дугой с первым распознавателем.

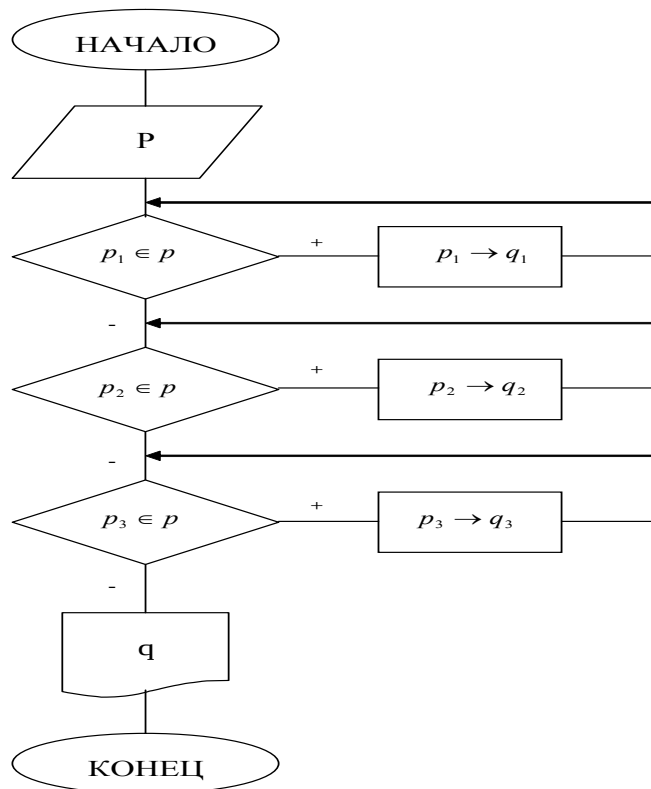


Рисунок 6.4 - Блок-схема алгоритма

Для нормального алгоритма преобразование входного слова $p = bcbaab$ в выходное слово q будет иметь следующий вид:

$p = bcbaab \rightarrow bcabab \rightarrow bcaabb \rightarrow baaabb \rightarrow abaabb \rightarrow aababb \rightarrow aaabbb \rightarrow aaaacb.$

Пример: Задан алфавит $A = \{+, 1\}$ и система подстановок:

$$1+1 \rightarrow 11, \quad 1 \rightarrow \bullet 1.$$

Обычная	Заключительная
подстановка	подстановка

Пусть дано входное слово $p = 11+11+1$. Оно перерабатывается алгоритмом в строку:

$$11+11+1 \rightarrow 1111+1 \rightarrow 11111 \rightarrow \bullet 11111$$

Алгоритм реализует сложение единиц.

Тезис Маркова

Для любого алгоритма в произвольном конечном алфавите A можно построить эквивалентный ему нормальный алгоритм.

Все известные до сих пор алгоритмы нормализуемы.